ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ФИЗИКА
Том 76, № 2
август, 1988

КВАНТОВАЯ ЗАДАЧА НЕСКОЛЬКИХ ЧАСТИЦ С ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРОЙ

II. ЗАДАЧА ТРЕХ ТЕЛ

Куперин Ю. А., Макаров К. А., Меркурьев С. П., Мотовилов А. К., Павлов Б. С.

Предложена формулировка квантовой теории рассеяния для систем трех частиц с внутренней структурой. Получены модифицированные уравнения Фаддеева, отвечающие специальному классу энергозависящих взаимодействий. Исследованы свойства этих уравнений.

1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящая статья — трехчастичное продолжение работы [1], посвященной построению теории рассеяния в системах нескольких частиц с внутренней структурой.

Не останавливаясь здесь подробно на изложении общей схемы метода в применении к трехчастичной ситуации (см. [1]), отметим лишь существенные этапы предлагаемой ниже конструкции.

1. Основой всей схемы служит построение самосопряженного трехчастичного гамильтониана H.

2. Резольвента $R(z)$ оператора H изучается в разделах 4 и 5.

3. Граничные задачи для резольвенты $R(z)$ служат базой для вывода различных вариантов модифицированных уравнений Фаддеева, свойства которых исследуются в разделах 6—9.

Этапы 2 и 3 являются классическими для теории рассеяния в системах нескольких частиц и поэтому описаны в работе без утомительных деталей. Напротив, этап 1 — ингредиент внутренней структуры частиц. Поэтому при его реализации мы проявляем оправданный, как нам кажется, педантизм.

2. ПАРНЫЙ ГАМИЛЬТОНИАН В ТРЕХЧАСТИЧНОМ КОНФИГУРАЦИОННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Построение полного трехчастичного гамильтониана H системы частиц с внутренней структурой следует начинать, как обычно, с изучения гамильтониана H_α, отвечающего включению взаимодействия в фиксированной паре частиц α (третья частица при этом предполагается свободной). На этом пути в терминах координат Якоби $X=\{x_\alpha, y_\alpha\}$ и следуя закону сложения энергии, будем иметь

$$(1)\qquad H_\alpha=h_\alpha\otimes I_{y_\alpha}+I_\alpha\otimes(-\Delta_{y_\alpha}),$$

где двухчастичный гамильтониан h_α был определен в части I настоящей работы [1]. Равенство (1) означает, что полная энергия H_α трехчастичной системы, в которой взаимодействуют лишь частицы пары α, есть сумма полной энергии h_α этой пары и кинетической энергии третьей (свободной) частицы относительно центра масс выделенной пары.

Справедливо следующее утверждение (см., например, [2]).

Лемма 1. *Оператор H_α в существенном самосопряжен на области определения*

$$\mathcal{D}(H_\alpha)=\mathcal{D}(h_\alpha)\otimes W_2^2(\mathbb{R}^3_{y_\alpha}). \tag{2}$$

Замыкание $\overline{H}_\alpha$ оператора H_α является самосопряженным оператором (мы сохраним для него прежнее обозначение H_α). Охарактеризуем область определения (2) оператора H_α в терминах граничных условий. Она состоит из двухкомпонентных функций $\mathcal{U}=\{u_0, u_\alpha\}$ (α фиксировано), внешняя компонента u_0 которых непрерывна в $\mathbb{R}^6$ и является W_2^2-гладкой функцией вне окрестности цилиндра $\Gamma_\alpha=\gamma_\alpha\times\mathbb{R}^3_{y_\alpha}$. Здесь γ_α — поверхность фазового перехода в двухчастичной подсистеме α (см. [1]). Внутренняя компонента $u_\alpha\in\mathfrak{H}_\alpha{}^{\mathrm{in}}=\mathcal{H}_\alpha{}^{\mathrm{in}}\otimes L^2(\mathbb{R}^3_{y_\alpha})$ может быть представлена в виде

$$u_\alpha=\tilde{u}_\alpha+\varepsilon_\alpha{}^+(y_\alpha)w_\alpha{}^+ +\varepsilon_\alpha{}^-(y_\alpha)w_\alpha{}^-, \tag{3}$$

где $\varepsilon_\alpha{}^\pm(y_\alpha)$ — W_2^2-гладкие функции — коэффициенты разложения по дефектным подпространствам симметричного оператора $H^{\mathrm{in}}_{\alpha,0}=A_{\alpha,0}\otimes I_{y_\alpha}+ +I_\alpha\otimes(-\Delta_{y_\alpha})$. Через $A_{\alpha,0}$ обозначено симметричное сужение внутреннего гамильтониана A_α, отвечающего двухчастичной подсистеме α.

На цилиндре Γ_α функции $\mathcal{U}=\{u_0, u_\alpha\}$ из области определения оператора H_α подчинены граничным условиям

$$[\partial_n u_0]_{\Gamma_\alpha}=-\varphi_\alpha(x_\alpha)\varepsilon_\alpha{}^-(y_\alpha), \tag{4}$$

$$\varepsilon_\alpha{}^+(y_\alpha)=\langle u_0, \varphi_\alpha\rangle(y_\alpha), \tag{5}$$

где

$$\langle u_0, \varphi_\alpha\rangle(y_\alpha)=\int\limits_{\gamma_\alpha} d\sigma_{x_\alpha}u_0(x_\alpha, y_\alpha)\overline{\varphi_\alpha(x_\alpha)} \tag{6}$$

— усреднение функции u_0 по сечению цилиндра Γ_α плоскостью $\{y_\alpha= =\mathrm{const}\}$.

В силу (1) граничные условия (4), (5) являются непосредственным следствием соответствующих граничных условий для задачи двух тел.

3. ТРЕХЧАСТИЧНЫЙ ГАМИЛЬТОНИАН

В задаче трех тел мы имеем дело с тремя, вообще говоря, различными внутренними подпространствами $\mathfrak{H}_\alpha{}^{\mathrm{in}}$, $\alpha=1, 2, 3$, и с действующими в них гамильтонианами $H_\alpha^{\mathrm{in}}=A_\alpha\otimes I_{y_\alpha}+I_\alpha\otimes(-\Delta_{y_\alpha})$, а также с общим внешним подпространством $\mathfrak{H}^{\mathrm{ex}}=L^2(\mathbb{R}^6)$, в котором действует самосопряженный оператор $H^{\mathrm{ex}}=-\Delta_X$. Для простоты выкладок в операторе H^{ex} мы сохраняем лишь кинетический член. Периферические энергонезависящие взаимодействия $v_\alpha(x_\alpha)$ типа мезонных обменов и кулоновского не вносят в схему принципиальных трудностей и могут быть при желании учтены. В рассматриваемой здесь версии модели энергозависящие взаимодействия будут сосредоточены на цилиндрах Γ_α, $\alpha=1, 2, 3$. Пересечение этих цилиндров, $\Gamma_0=\bigcap_\alpha \Gamma_\alpha$, будем называть эквидомоидом [3]. Отметим, что наличие эквидомоида осложняет аккуратное построение гамильтониана системы трех частиц в техническом аспекте. С другой стороны, трудности, связанные с Γ_0, обусловлены физическими причинами. Именно в окрестности множества Γ_0 существен вклад трехчастичных сил, поскольку в этой области все три частицы близки друг к другу. Эквидомоид Γ_0 есть объединение конечного числа многообразий $\Gamma_0{}^i$ размерностей $\dim\Gamma_0{}^i=i=1, 2, 3, 4$, на которых в нашей модели задание тех или иных граничных условий есть, по существу, включение трехчастичных сил. Ниже мы покажем, что задание этих граничных условий на Γ_0 не произвольно, а диктуется теоремами вложения и в конечном счете фиксирует полную самосопряженную динамику. Открывающиеся здесь возможности лишь частично использует описываемая ниже схема построения трехчастичного гамильтониана. Эта схема подразумевает следующие этапы.

1. Сузим в каждом из каналов $\mathfrak{H}^{\mathrm{ex}}$ и $\mathfrak{H}_\alpha{}^{\mathrm{in}}$ операторы H^{ex} и $H_\alpha{}^{\mathrm{in}}$ до симметричных операторов $H_0{}^{\mathrm{ex}}$ и $H^{\mathrm{in}}_{\alpha,0}$ и свяжем их в симметричный оператор $H_0=H_0{}^{\mathrm{ex}}\oplus\sum_\alpha\oplus H^{\mathrm{in}}_{\alpha,0}$, действующий в пространстве $\mathfrak{H}=\mathfrak{H}^{\mathrm{ex}}\oplus\sum_\alpha\oplus\mathfrak{H}_\alpha{}^{\mathrm{in}}$.

2. Выделим в области определения $\mathscr{D}(H_0{}^*)$ сопряженного оператора $H_0{}^*$ более широкий, чем $\mathscr{D}(H_0)$, линеал $\mathscr{L}$, на котором, с одной стороны, выполнены граничные условия (4), (5) на каждом из цилиндров Γ_α, а с другой, сужение оператора $H_0{}^*$ на этот линеал является симметричным полуограниченным снизу оператором.

3. Расширим полученный после этапов 1 и 2 оператор по Фридрихсу [4] до самосопряженного оператора H. Такое расширение автоматически сохраняет граничные условия (4), (5) и тем самым решает вопрос о трехчастичных силах.

Первый шаг в описанной схеме технически тривиален: в пространстве $\mathfrak{H}$ зададим заведомо симметричный оператор H_0 с областью определения

$$\mathscr{D}(H_0)=C_0{}^\infty(\mathbb{R}^6\backslash\Gamma)\oplus\sum_{\alpha=1}^{3}\oplus\mathscr{D}(H^{\mathrm{in}}_{\alpha,0}),\tag{7}$$

действующий на четырехкомпонентные функции $\mathcal{U}=\{u_a\}$, $a=0, 1, 2, 3$, по правилу

$$H_0\mathcal{U}=\{-\Delta_X u_0,\ H^{\mathrm{in}}_{\alpha,0}u_\alpha\},\qquad \alpha=1,2,3.\tag{8}$$

Здесь $C_0{}^\infty(\mathbb{R}^6\backslash\Gamma)$ — пространство бесконечно дифференцируемых функций, финитных в окрестности бесконечности и в окрестности поверхности взаимодействия $\Gamma=\bigcup_\alpha\Gamma_\alpha$; $H^{\mathrm{in}}_{\alpha,0}=A_{\alpha,0}\otimes I_{y_\alpha}+I_\alpha\otimes(-\Delta_{y_\alpha})$ — симметричные операторы во внутренних пространствах $\mathfrak{H}_\alpha{}^{\mathrm{in}}$, заданные на областях определения $\mathscr{D}(H^{\mathrm{in}}_{\alpha,0})=\mathscr{D}(A_{\alpha,0})\otimes W_2^2(\mathbb{R}^3_{y_\alpha})$. Конструкция сужения $A_{\alpha,0}$ операторов A_α подробно описана в [5—7].

Отметим, что оператор H_0 полуограничен снизу и если расширить его по Фридрихсу до самосопряженного, то в результате операторы во внешнем и внутренних подпространствах окажутся расцепленными. При этом во внешнем канале возникнет оператор, задающий динамику трех твердых сфер (Hard Core), а во внутренних каналах получатся самосопряженные гамильтонианы, отвечающие независимой динамике по внутренним степеням свободы. Иными словами, при такой схеме расширений внутренние степени свободы частиц никак не проявляются и, как следствие, не возникает энергозависящее взаимодействие во внешнем пространстве. Поэтому следует поступать более деликатным образом.

В соответствии с теорией Неймана [4] все самосопряженные расширения оператора H_0 получаются распространением его действия на дефектные подпространства. Эти подпространства получаются в виде прямой суммы дефектных подпространств, отвечающих симметричным операторам H_0^{ex} и $H^{\mathrm{in}}_{\alpha,0}$. Для операторов $H^{\mathrm{in}}_{\alpha,0}$ описание дефектных подпространств дается соотношением (3). Дефектные подпространства оператора H_0^{ex}, действующего на области $C_0^\infty(\mathbb{R}^6\backslash\Gamma)$ в $\mathfrak{H}^{\mathrm{ex}}$, параметризуются плотностями простого и двойного слоев [8], сосредоточенных на поверхности Г. Принадлежность этих плотностей классам Соболева $W_2^{-3/2}$ и $W_2^{-1/2}$ обеспечивает квадратичную суммируемость соответствующих потенциалов простого и двойного слоев.

Если бы мы пожелали включить в схему истинно трехчастичные силы [1)], то пришлось бы также рассмотреть и дефектные элементы внешнего оператора H_0^{ex}, представимые потенциалами простого слоя с плотностями из подходящего класса Соболева на многообразиях Γ_0^4 и Γ_0^3, принадлежащих эквидомоиду Γ_0. Задание же граничных условий на многообразиях Γ_0^i, $i=1, 2$, запрещено теоремами вложения.

Задание граничных условий на многообразиях младших размерностей Γ_0^i, $3\leqslant i<5$, представляется нам интересным как в математическом, так и в физическом отношении. О возможной «нефизичности» такой постановки задачи предупреждают модели типа Скорнякова — Тер-Мартиросяна [9, 10], в которых обнаружено явление падения на центр (коллапс), а именно в таких моделях граничные условия задавались на многообразиях размерности 3.

Для реализации этапа 2 схемы мы расширим область определения $\mathscr{D}(H_0)$ оператора H_0, добавив к ней линеал $\mathscr{L}_T$ функций внешнего канала $\mathfrak{H}^{\mathrm{ex}}$, заданных гладкими плотностями простого слоя. Эти функции непрерывны в $\mathbb{R}^6$, а их нормальная производная имеет скачок на Γ_α, который выражается в терминах исходных плотностей. Добавление в линеал $\mathscr{L}_T$ плотностей двойного слоя привело бы, вообще говоря, к разрывным на Γ_α функциям внешнего канала. Это обстоятельство может ока-

---

1) В настоящей работе мы этого не желаем, а напротив, хотим сохранить парный характер граничных условий (4), (5) или отвечающих им взаимодействий.

заться полезным при построении гамильтониана, отвечающего более общим, чем (4), (5), граничным условиям.

Оператор, заданный на полученной области определения

$$(9)\qquad u_0=\tilde{u}_0+\sum_{\alpha} R_0(-1)\rho_\alpha,\qquad \tilde{u}_0\in C_0^\infty(\mathbb{R}^6\setminus\Gamma),$$

$$(10)\qquad u_\alpha=\tilde{u}_\alpha+\varepsilon_\alpha{}^+w_\alpha{}^+ +\varepsilon_\alpha{}^-w_\alpha{}^-,\qquad \varepsilon_\alpha{}^\pm\in W_2{}^2(\mathbb{R}^3_{y_\alpha}),$$

является несимметричным сужением оператора $H_0{}^*$. В представлениях (9), (10) $R_0(z)=(-\Delta_X-z)^{-1}$ — резольвента оператора H^{ex}, ρ_α — плотности простых слоев, сосредоточенных на цилиндрах Γ_α.

Проведем дальнейшее сужение полученного на $\mathscr{D}(H_0)+\mathscr{L}_T$ оператора, добиваясь его симметрии. Оказыватся, для получния симметричного оператора (обозначим его $\tilde{H}$) достаточно потребовать выполнения граничных условий (4), (5) на каждом из цилиндров Γ_α. Этим требованием определятся линеал $\mathscr{L}\subset\mathscr{D}(H_0)+\mathscr{L}_T$. В терминах плотностей граничные условия (4), (5) перепишутся в виде

$$(11)\qquad \rho_\alpha(x_\alpha, y_\alpha)=-\varphi_\alpha(x_\alpha)\varepsilon_\alpha{}^-(y_\alpha),$$

$$(12)\qquad \varepsilon_\alpha{}^+(y_\alpha)=\left\langle \sum_{\beta=1}^{3} R_0(-1)\rho_\beta, \varphi_\alpha\right\rangle(y_\alpha).$$

Сформулируем теперь центральное для дальнейшего утверждение.

Теорема 1. *Оператор $\tilde{H}$ плотно определен, симметричен и полуограничен снизу.*

Доказательство. Покажем, что линеал $\mathscr{L}$, определенный соотношениями (9), (10), со связями (11), (12) шире, чем $\mathscr{D}(H_0)$. Это позволит осуществить совместное расширение прямой суммы симметричных операторов, действующих во внешнем $\mathfrak{H}^{ex}$ и внутренних $\mathfrak{H}_\alpha{}^{in}$ каналах.

Пусть $\varepsilon_\alpha{}^-(y_\alpha)$ — гладкие финитные функции из $L^2(\mathbb{R}^3_{y_\alpha})$. Определим плотности ρ_α и функции $\varepsilon_\alpha{}^+(y_\alpha)$ с помощью условий (11), (12), а по ним при произвольных $\{\tilde{u}_\alpha\}\in\mathscr{D}(H_0)$ восстановим компоненты u_α, $\alpha=0, 1, 2, 3$, в соответствии с представлениями (9), (10). Покажем, что элемент $\mathscr{U}=\{u_\alpha\}$, определенный таким образом, принадлежит $\mathscr{D}(H_0{}^*)$. Внешняя компонента u_0 функции $\mathscr{U}$ по определению принадлежит $\mathscr{D}(H_0{}^{ex\,*})$. Осталось проверить, что внутренние компоненты u_α принадлежат $\mathscr{D}(H^{in\,*}_{\alpha,0})$, т. е. $\varepsilon_\alpha{}^+$ суть $W_2{}^2$-гладкие функции своих аргументов.

Потенциал простого слоя $R_0\rho_\beta$, рассматриваемый как функция на цилиндре Γ_α, $\alpha\neq\beta$, не является гладкой функцией в окрестности эквидомоида Γ_0 (при $\alpha=\beta$ гладкость потенциала простого слоя на Γ_α определяется лишь гладкостью его плотности). Однако усреднение $\langle R_0\rho_\beta, \varphi_\alpha\rangle(y_\alpha)$ по сечению цилиндра Γ_α — уже функция класса $W_2{}^2$. Доказательство этого факта основано на следующем локальном представлении потенциала простого слоя с гладкой плотностью:

$$(13)\qquad R_0\rho_\beta(X)={}^1/_2\mathrm{dist}(X, \Gamma_\beta)\rho_\beta(S_\beta)+\tilde{R}_0(X),$$

где S_β — проекция точки X на цилиндр Γ_β, а $\tilde{R}_0$ — гладкая функция. Оно сводится, по существу, к проверке гладкой зависимости усредненного расстояния $\langle \mathrm{dist}(\cdot, \Gamma_\beta), \varphi_\alpha \rangle (y_\alpha)$ от точки сечения цилиндра Γ_α плоскостью $y_\alpha = \mathrm{const}$ до цилиндра Γ_β, в случае, когда такое сечение содержит точки эквидомоида. Эта проверка проводится непосредственно.

Таким образом, установлено включение.

$$(14) \qquad \mathscr{D}(H_0) \subset \mathscr{L} \subset \mathscr{D}(H_0^*).$$

Плотность линеала $\mathscr{L}$ в $\mathfrak{H}$ есть следствие плотности $\mathscr{D}(H_0)$ в $\mathfrak{H}$. Тем самым показано, что оператор $\tilde{H}$ плотно задан.

Для доказательства симметричности оператора $\tilde{H}$ вычислим граничную форму оператора H_0^* на элементах линеала $\mathscr{L}$:

$$(15) \qquad \{\mathscr{U}, \mathscr{V}\} = \langle H_0^* \mathscr{U}, \mathscr{V} \rangle - \langle \mathscr{U}, H_0^* \mathscr{V} \rangle.$$

Вклад в граничную форму оператора внешнего канала удобно вычислять переходя к пределу $\delta \to 0$ по системе кусочно-гладких «параллельных поверхностей» Γ_δ, получаемых сложением кусков цилиндров $\Gamma_\delta^1 = \{X : \mathrm{dist}(X, \Gamma) = \delta\}$ и $\Gamma_{6\delta}^0 = \{X : \mathrm{dist}(X, \Gamma_0) = 6\delta\}$ таким образом, чтобы поверхность Γ лежала внутри Γ_δ. Интегралы по кускам $\Gamma_\delta^1 \cap \{X : \mathrm{dist}(X, \Gamma_0) \geqslant 6\delta\}$ в пределе $\delta \to 0$ дают интегралы по сумме цилиндров Γ_α, а интегралы по кускам $\Gamma_{6\delta}^0 \cap \{X : \mathrm{dist}(X, \Gamma) > \delta\}$ в пределе $\delta \to 0$ стремятся к нулю, если потенциалы простых слоев отвечают гладким плотностям. Дело в том, что каждый потенциал простого слоя вида $R_0 \rho_\alpha$, входящий как слагаемое во внешние компоненты u_0 и v_0, при $\delta \to 0$ равномерно ограничен на $\Gamma_{6\delta}^0$ и имеет на $\Gamma_{6\delta}^0$ равномерно ограниченные нормальные производные.

Таким образом, вычисление граничной формы оператора H_0^{ex}, отвечающего внешнему каналу, сводится к вычислению вклада от каждого из цилиндров Γ_α по отдельности:

$$(16) \qquad \{u_0, v_0\} = \sum_{\alpha=1}^{3} \lim_{\delta \to 0} \int\limits_{\Gamma_\alpha^\delta = \gamma_\delta \times \mathbb{R}^3} dS_\alpha (\partial_n u_0 \bar{v}_0 - u_0 \partial_n \bar{v}_0).$$

Внешние компоненты u_0, v_0 функций из линеала $\mathscr{L}$ удовлетворяют на каждом из цилиндров Γ_α краевым условиям (4), (5) в форме (11), (12), и поэтому вычисление вклада каждого из цилиндров Γ_α может быть проведено явно в терминах скачка нормальной производной $[\partial_n u_0]$ и значения u_0 на цилиндре Γ_α:

$$(17) \qquad \lim_{\delta \to 0} \int\limits_{\Gamma_\alpha^\delta} dS_\alpha (\partial_n u_0 \bar{v}_0 - u_0 \partial_n \bar{v}_0) = \int\limits_{\Gamma_\alpha} dS_\alpha \Big[\varphi_\alpha(x_\alpha) \varepsilon_\alpha^-(u) \overline{\Big(\sum_\beta R_0 \rho_\beta(v)\Big)} - \sum_\beta R_0 \rho_\beta(u) \overline{\varepsilon_\alpha^-(v) \varphi_\alpha(x_\alpha)} \Big] = \int dy_\alpha (\varepsilon_\alpha^-(u) \overline{\varepsilon_\alpha^+(v)} - \varepsilon_\alpha^+(u) \overline{\varepsilon_\alpha^-(v)}),$$

что совпадает с граничной формой оператора $H_{\alpha,0}^{\mathrm{in}\,*}$, отвечающего каналу $\mathfrak{H}_\alpha^{\mathrm{in}}$, взятой с обратным знаком. В результате суммирования по α полная граничная форма оператора $\tilde{H}$ оказывается равной нулю, что и доказывает его симметричность.

Докажем полуограниченность оператора $\tilde{H}$. Для произвольного элемента $\mathcal{U}=\{u_\alpha\}$ из $\mathcal{D}(\tilde{H})$ запишем квадратичную форму

$$(18)\qquad \langle \tilde{H}\mathcal{U},\mathcal{U}\rangle=\langle -\Delta_x u_0, u_0\rangle+\sum_{\alpha=1}^{3}\langle (A^*_{\alpha,0}-\Delta_{y_\alpha})u_\alpha, u_\alpha\rangle.$$

Проинтегрируем по частям, выделяя квадратичные формы операторов Лапласа $-\Delta_x$ и $-\Delta_{y_\alpha}$ и отдельно граничные члены. После этого покажем, что граничные члены могут быть, в свою очередь, оценены через эти квадратичные формы и нормы элементов во внешнем и внутренних каналах. Это и будет означать полуограниченность.

Интегрируя по частям, имеем

$$(19)\qquad \langle \tilde{H}\mathcal{U},\mathcal{U}\rangle=\|\nabla u_0\|^2_{L^2(\mathbb{R}^6)}-\sum_\alpha\int_{\Gamma_\alpha}dS_\alpha[\partial_n u_0]_{\Gamma_\alpha}\bar{u}_0+$$
$$+\sum_\alpha\langle A^*_{\alpha,0}u_\alpha, u_\alpha\rangle+\|\nabla u_\alpha\|^2_{L^2(\mathbb{R}^3_{y_\alpha})}.$$

В силу симметричности оператора $\tilde{H}$ квадратичная форма (19) вещественна, поэтому достаточно ограничиться оценкой по модулю входящих в нее членов.

Сначала оценим квадратичную форму оператора $A^*_{\alpha,0}$. Заметим, что в представлении элемента

$$(20)\qquad u_\alpha=\tilde{u}_\alpha+\varepsilon_\alpha^+w_\alpha^++\varepsilon_\alpha^-w_\alpha^-$$

для ограниченного оператора A_α во внутреннем канале граничные значения $\varepsilon_\alpha^\pm$ связаны соотношением

$$(21)\qquad \varepsilon_\alpha^-\langle\theta_\alpha,\theta_\alpha\rangle=-\varepsilon_\alpha^+\langle A_\alpha\theta_\alpha,\theta_\alpha\rangle+\langle (A_\alpha-i)u_\alpha,\theta_\alpha\rangle,$$

которое непосредственно следует из условия ортогональности $(A_{\alpha,0}-i)\tilde{u}_\alpha\perp\theta_\alpha$ [1], где θ_α — порождающий элемент внутреннего гамильтониана A_α. Связь (21) позволяет оценить L^2-норму граничного вектора ε_α^- в терминах норм элемента u_α и граничного вектора ε_α^+:

$$(22)\qquad \|\varepsilon_\alpha^-\|_{L^2(\mathbb{R}^3_{y_\alpha})}\leqslant C(\|\varepsilon_\alpha^+\|_{L^2(\mathbb{R}^3_{y_\alpha})}+\|u_\alpha\|_{\mathfrak{H}_\alpha^{\mathrm{in}}}).$$

Представление (20) гарантирует справедливость следующей оценки:

$$(23)\qquad \|\tilde{u}_\alpha\|_{\mathfrak{H}_\alpha^{\mathrm{in}}}\leqslant C(\|u_\alpha\|_{\mathfrak{H}_\alpha^{\mathrm{in}}}+\|\varepsilon_\alpha^+\|_{L^2(\mathbb{R}^3_{y_\alpha})}+$$
$$+\|\varepsilon_\alpha^-\|_{L^2(\mathbb{R}^3_{y_\alpha})})\leqslant C(\|\varepsilon_\alpha^+\|_{L^2(\mathbb{R}^3_{y_\alpha})}+\|u_\alpha\|_{\mathfrak{H}_\alpha^{\mathrm{in}}}).$$

С учетом равенства

$$A^*_{\alpha,0}u_\alpha=A_\alpha\tilde{u}_\alpha-\varepsilon_\alpha^+w_\alpha^-+\varepsilon_\alpha^-w_\alpha^+$$

и ограниченности оператора A_α получим

$$(24)\qquad |\langle A^*_{\alpha,0}u_\alpha, u_\alpha\rangle|\leqslant C(\|u_\alpha\|^2_{\mathfrak{H}_\alpha^{\mathrm{in}}}+\|\varepsilon_\alpha^+\|^2_{L^2(\mathbb{R}^3_{y_\alpha})}).$$

Для оценки квадратичной формы (24) в терминах внешней компоненты следует воспользоваться граничным условием (5):

$$\| \varepsilon_\alpha^+ \|_{L^2(\mathbb{R}^3_{y_\alpha})} \leqslant \| \varphi_\alpha \|_{L^2(\gamma_\alpha)} \cdot \| u_0 \|_{L^2(\Gamma_\alpha)}, \tag{25}$$

что дает неравенство

$$\Big| \sum_\alpha \langle A^*_{\alpha,\,0} u_\alpha,\, u_\alpha \rangle \Big| \leqslant C \Big(\sum_\alpha (\| u_\alpha \|^2_{\mathfrak{H}_\alpha^{\text{in}}} + \| u_0 \|^2_{L^2(\Gamma_\alpha)}) \Big). \tag{26}$$

Оценим граничные члены, отвечающие внешнему каналу, воспользовавшись граничным условием (4), а также сооотношениями (22), (25):

$$\Big| \sum_\alpha \int_{\Gamma_\alpha} dS_\alpha\, [\partial_n u_0]_{\Gamma_\alpha} \bar{u}_0 \Big| \leqslant C \Big[\sum_\alpha (\| u_0 \|^2_{L^2(\Gamma_\alpha)} + \tag{27}$$

$$+ \| \varepsilon_\alpha^- \|^2_{L^2(\mathbb{R}^3_{y_\alpha})}) \Big] \leqslant C \sum_\alpha (\| u_\alpha \|^2_{\mathfrak{H}_\alpha^{\text{in}}} + \| u_0 \|^2_{L^2(\Gamma_\alpha)}).$$

Норма следа внешней компоненты u_0 на поверхности взаимодействия Γ оценивается через ее W_2^1-норму во всем пространстве на основании теоремы вложения:

$$\int_\Gamma dS\, | u_0 |^2 \leqslant C \Big(\delta \int_{\mathbb{R}^6} | \nabla u_0 |^2\, dX + \frac{1}{\delta} \int_{\mathbb{R}^6} | u_0 |^2\, dX \Big), \quad \delta > 0. \tag{28}$$

Собирая вместе оценки (26)—(28), получим

$$\langle \tilde{H} \mathcal{U}, \mathcal{U} \rangle \geqslant (1 - \delta C) \| \nabla u_0 \|^2_{L^2(\mathbb{R}^6)} + \sum_\alpha \| \nabla u_\alpha \|^2_{\mathfrak{H}_\alpha^{\text{in}}} - \tag{29}$$

$$- \frac{C}{\delta} \| u_0 \|^2_{L^2(\mathbb{R}^6)} - C \sum_\alpha \| u_\alpha \|^2_{\mathfrak{H}_\alpha^{\text{in}}},$$

и, следовательно, если $\delta C < 1$, то

$$\langle \tilde{H} \mathcal{U}, \mathcal{U} \rangle \geqslant - \max \Big\{ \frac{C}{\delta}, C \Big\} \Big[\| u_0 \|^2_{L^2(\mathbb{R}^6)} + \sum_\alpha \| u_\alpha \|^2_{\mathfrak{H}_\alpha^{\text{in}}} \Big] = \tag{30}$$

$$= - C \| \mathcal{U} \|_{\mathfrak{H}}^2,$$

что и означает полуограниченность оператора $\tilde{H}$. Теорема доказана.

Поскольку свойство полуограниченности гамильтониана системы непосредственно связано с обсуждавшейся выше проблемой коллапса в системе, постольку наличие в нашей модели гамильтониана, подчиненного неравенству (30), представляется нам принципиально важным и избавляет нас от необходимости вступать в борьбу с фантомами (определение см. в [11]), т. е. связанными состояниями с бесконечной энергией.

Следующим этапом является построение самосопряженного гамильтониана H, удовлетворяющего физически аргументированным требованиям: 1) функции из области определения $\mathcal{D}(H)$ оператора H должны удовлетворять трансляционно-инвариантным граничным условиям (4), (5): 2) из области определения $\mathcal{D}(H)$ должны быть исключены функции, заданные потенциалами простого и двойного слоев с плотностями, сосредоточенными на многообразиях размерности $i<5$ поверхности Γ; 3) должно быть сохранено свойство полуограниченности (30) квадратичной формы оператора H с той же нижней гранью.

Требования 1, 2 избавят нас от необходимости включать в схему трехчастичные силы, а требование 3 позволит избежать неприятностей, связанных с коллапсом системы.

Перечисленным выше требованиям удовлетворяет конструкция расширения оператора $\tilde{H}$ по Фридрихсу, которая состоит в следующем (см., например, [4]). При замыкании в метрике положительно-определенной квадратичной формы $\langle \tilde{H}\mathcal{U}, \mathcal{U}\rangle + C\|\mathcal{U}\|^2_{\mathfrak{H}}$ (с подходящей константой C) области определения $\mathscr{D}(\tilde{H})$ симметричного оператора $\tilde{H}$ возникает замкнутая положительно-определенная квадратичная форма в пространстве $\mathfrak{H}$, которой согласно [4] отвечает самосопряженный оператор H — расширение по Фридрихсу оператора $\tilde{H}$. Оператор H и будет в дальнейшем играть роль полного трехчастичного гамильтониана.

Отметим, что для функций из области определения $\mathscr{D}(H)$ оператора H по-прежнему выполнены граничные условия (4), (5), однако понимать их следует не буквально, а в обобщенном смысле как результат предельного перехода по семейству «параллельных поверхностей», окаймляющих поверхность взаимодействия Γ, как это делается в теории эллиптических краевых задач [12]. Однако внешние компоненты функций из $\mathscr{D}(H)$ являются W_2^1-суммируемыми в окрестности эквидомоида Γ_0. Это означает, что никаких дополнительных по сравнению с (4) и (5) граничных условий на Γ_0 расширение по Фридрихсу не порождает.

Построив самосопряженный гамильтониан H системы трех частиц с внутренней структурой, мы тем самым открыли путь к осмысленному выводу уравнений Фаддеева – базы для корректного изучения задачи рассеяния.

Заключая настоящий раздел, соберем воедино формулы, согласно которым действует гамильтониан

$$(31)\qquad H\mathcal{U} = \begin{cases} -\Delta_X u_0(X), \\ A_\alpha \tilde{u}_\alpha - \varepsilon_\alpha^+(y_\alpha) w_\alpha^- + \varepsilon_\alpha^-(y_\alpha) w_\alpha^+ - \Delta_{y_\alpha} u_\alpha, \qquad \alpha=1,2,3, \end{cases}$$

и граничные условия, задающие область определения $\mathscr{D}(H)$:

$$(32)\qquad [\partial_n u_0]_{\Gamma_\alpha} = -\varepsilon_\alpha^- \varphi_\alpha, \qquad \varepsilon_\alpha^+ = \langle u_0, \varphi_\alpha\rangle.$$

4. УРАВНЕНИЯ ДЛЯ РЕЗОЛЬВЕНТЫ

Спектральный анализ полного гамильтониана H системы трех частиц основан на подробном изучении его резольвенты $R(z) = (H-z)^{-1}$. Поскольку полное гильбертово пространство $\mathfrak{H}$ разбивается на прямую сумму пространств $\mathfrak{H} = \sum_a \oplus \mathfrak{H}_a$, отвечающих внешнему ($a=0$) и внутренним ($a=1$, 2, 3) каналам, резольвента $R(z)$ имеет естественную блочную структуру и может быть представлена в виде матрицы

$$(33)\qquad R(z) = \{R_{ab}(z)\}.$$

Заметим, что поскольку $R(z)$ является резольвентой самосопряженного оператора, ее блоки связаны соотношениями

$$(34)\qquad R_{ab}^*(z) = R_{ba}(\bar{z}).$$

Мы получим для компонент $R_{ab}(z)$ дифференциальные уравнения и покажем, что достаточно изучить лишь строение блока R_{00}, отвечающего внешнему каналу $\mathfrak{H}_0=\mathfrak{H}^{ex}$, все остальные блоки явно выражаются через R_{00}. Вывод уравнений для компонент R_{ab} будем проводить по той же схеме, что и в случае двух частиц (см. [1]). Однако здесь мы встретимся и с существенными отличиями, обусловленными наличием не одного, а трех внутренних каналов, а также с необходимостью учитывать присутствие дополнительного оператора $-\Delta_{y_\alpha}$ в каждом внутреннем канале.

Чтобы переписать уравнение $(H-z)R(z)=I$ непосредственно для компонент резольвенты R_{ab}, воспользуемся тем свойством, что если $\mathcal{U}=RF$, $F=\{f_a\}$, то компоненты u_a вектора $\mathcal{U}$, $\mathcal{U}\in\mathcal{D}(H)$, удовлетворяют системе уравнений

$$(35)\qquad (-\Delta_X-z)u_0=f_0,$$

$$(A^*_{\alpha,0}-\Delta_{y_\alpha}-z)u_\alpha=f_\alpha,\qquad \alpha=1,2,3,$$

и граничным условиям (32).

Рассмотрим случаи, когда вектор правой части (35) имеет специальный вид $F=\{f_0,0,0,0\},\dots,F=\{0,0,0,f_3\}$. В первом из этих вариантов $u_0=R_{00}f_0$, $u_\alpha=R_{\alpha0}f_0$, и из (35) получаем для R_{00} систему уравнений

$$(36)\qquad (-\Delta_X-z)R_{00}f_0=f_0,$$

$$(A^*_{\alpha,0}-\Delta_{y_\alpha}-z)R_{\alpha0}f_0=0,$$

$$[\partial_n R_{00}f_0]_{\Gamma_\alpha}=-\varphi_\alpha\varepsilon_{\alpha0}^-,\qquad \varepsilon_{\alpha0}^+=\langle R_{00}f_0,\ \varphi_\alpha\rangle,\quad \alpha=1,\ 2,\ 3,$$

где через $\varepsilon_{\alpha0}^\pm$ обозначены граничные элементы вектора $R_{\alpha0}f_0$. Аналогично для правых частей F, у которых отлична от нуля только одна компонента f_β, $\beta=1,\ 2,\ 3$, получаем уравнения

$$(37)\qquad (-\Delta_X-z)R_{0\beta}f_\beta=0,$$

$$(A^*_{\alpha,a}-\Delta_{y_a}-z)R_{\alpha\beta}f_\beta=\delta_{\alpha\beta}f_\beta,$$

$$[\partial_n R_{0\beta}f_\beta]_{\Gamma_\alpha}=-\varphi_\alpha\varepsilon^-_{\alpha\beta},\qquad \varepsilon^+_{\alpha\beta}=\langle R_{0\beta}f_\beta,\varphi_\alpha\rangle,\qquad \alpha=1,2,3.$$

Здесь через $\varepsilon_{\alpha\beta}^\pm$ обозначены граничные элементы вектора $R_{\alpha\beta}f_\beta$. Из (36) и (37) видно, что функции $\varepsilon_{\alpha\beta}^\pm(y_\alpha)$ следует рассматривать как результат действия на f_α операторов $\mathscr{E}_{\alpha a}^\pm(z)$: $\mathfrak{H}_a\to L^2(\mathbb{R}^3_{y_\alpha})$, определяемых равенствами $\mathscr{E}_{\alpha a}^\pm f_a=\varepsilon_{\alpha a}^\pm$, $\alpha=1,\ 2,\ 3$, $a=0,\ 1,\ 2,\ 3$. При этом, как и в случае двух частиц [1], «ядра» этих операторов следует понимать как граничные значения компонент $R_{\alpha a}(z)$ резольвенты $R(z)$ как «функции» первой (внутренней) переменной.

Учитывая произвольность компонент f_a в (36) и (37) приходим к искомой системе уравнений для компонент $R_{ab}(z)$ и их граничных значений $\mathscr{E}_{ab}^\pm(z)$:

$$(38)\qquad (-\Delta_X-z)R_{0b}(z)=\delta_{0b}\delta(X-X'),$$

$$(\overset{*}{A}_{\alpha,0}-\Delta_{y_\alpha}-z)R_{ab}(z)=\delta_{ab}I_\alpha,$$

$$[\partial_n R_{0b}]_{\Gamma_\alpha}=-\varphi_\alpha \mathscr{E}^-_{ab}, \qquad \mathscr{E}^+_{ab}=\langle R_{0b}(z)\cdot, \varphi_\alpha\rangle, \qquad b=0,1,2,3.$$

5. ЭНЕРГОЗАВИСИМОСТЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ЗАДАЧЕ ТРЕХ ЧАСТИЦ

Данный раздел представляет собой одно из центральных мест работы. Здесь мы устанавливаем, как преобразуется энергозависимость потенциалов при переходе от двухчастичной задачи к трехчастичной.

Выведем уравнения связи граничных операторов $\mathscr{E}_{ab}^\pm$, а затем с их помощью, как и в [1], исключим операторы $\mathscr{E}_{ab}^\pm$ из краевых условий для компонент R_{0b} резольвенты $R(z)$, получая для них замкнутые краевые задачи. Для этого применим обе части равенства

$$(39)\qquad (\overset{*}{A}_{\alpha,0}-\Delta_{y_\alpha}-z)R_{ab}(z)=\delta_{ab}I_\alpha,$$

к произвольному элементу $f_b \in \mathfrak{H}_b$ и разложим вектор $R_{ab}f_b$ по дефектным элементам $w_\alpha^\pm$. Выделяя слагаемое $\tilde{u}_{ab}\equiv\tilde{R}_{ab}(z)f_b$, $\tilde{u}_{ab}\in\mathscr{D}(A_{\alpha,0})$, для оператора $\tilde{R}_{ab}$ — «гладкой» части блока R_{ab} — получим представление

$$(40)\qquad \tilde{R}_{ab}(z)=(A_\alpha-\Delta_{y_\alpha}-z)^{-1}[\delta_{ab}I_\alpha+w_\alpha^+((z+\Delta_{y_\alpha})\mathscr{E}^+_{ab}-\mathscr{E}^-_{ab})+$$
$$+w_\alpha^-((z+\Delta_{y_\alpha})\mathscr{E}^-_{ab}+\mathscr{E}^+_{ab})].$$

При этом для R_{ab} справедливо разложение

$$(41)\qquad R_{ab}(z)=\tilde{R}_{ab}(z)+w_\alpha^+\mathscr{E}_{ab}^+(z)+w_\alpha^-\mathscr{E}_{ab}^-(z).$$

Воспользуемся условием ортогональности $(A_\alpha-i)\tilde{u}_\alpha\perp\theta_\alpha$ и в результате получим искомые условия связи:

$$(42)\qquad \mathscr{E}_{ab}^-=Q_\alpha(z)\mathscr{E}_{ab}^++\delta_{ab}\tilde{Q}(z).$$

Здесь через $Q_\alpha(z)$ обозначен интеграл Шварца гамильтониана A_α в задаче трех частиц,

$$(43)\qquad Q_\alpha(z)=\langle (I_\alpha+(z+\Delta_{y_\alpha})A_\alpha)(A_\alpha-\Delta_{y_\alpha}-z)^{-1}\theta_\alpha, \theta_\alpha\rangle,$$

являющийся интегральным оператором в $L^2(\mathbb{R}^3_{y_\alpha})$ с ядром $Q_\alpha(y_\alpha-y_\alpha', z)$, зависящим от разности переменных y_α и y_α'. Дополнительное слагаемое $\tilde{Q}_\alpha(z)$ представляет собой оператор, который действует из $\mathfrak{H}_\alpha$ в $L^2(\mathbb{R}^3_{y_\alpha})$ по формуле

$$(44)\qquad \tilde{Q}_\alpha(z)f_\alpha=\langle (A_\alpha-iI_\alpha)(A_\alpha-\Delta_{y_\alpha}-z)^{-1}f_\alpha, \theta_\alpha\rangle, \qquad \alpha=1,2,3.$$

Его ядро также зависит от разности $y_\alpha-y_\alpha'$.

Исключая с помощью (42) операторы $\mathscr{E}_{ab}^\pm(z)$ из граничных условий (38), приходим к замкнутым краевым задачам для компонент R_{0b}:

$$(45)\qquad (-\Delta_X-z)R_{0b}(z)=\delta_{0b}\delta(X-X'),$$
$$[\partial_n R_{0b}]_{\Gamma_\alpha}=-\varphi_\alpha Q_\alpha(z)\langle R_{0b}\cdot, \varphi_\alpha\rangle-\varphi_\alpha\delta_{ab}\tilde{Q}_\alpha(z).$$

Эти краевые задачи могут быть переформулированы в терминах обобщенных потенциалов $\mathbf{V}_\alpha(z)$, зависящих от энергии,

$$\mathbf{V}_\alpha(z)f=\delta_{\Gamma_\alpha}V_\alpha(z)f, \tag{46}$$

с ядрами

$$V_\alpha(X,X',z)=-\varphi_\alpha(x_\alpha)Q_\alpha((y_\alpha-y_\alpha'),z)\overline{\varphi_\alpha(x_\alpha')}, \tag{47}$$

где X, $X'\in\Gamma_\alpha$. При этом уравнение Шредингера для $R_{0b}(z)$ приобретает вид

$$\left(-\Delta_X+\sum_\alpha \mathbf{V}_\alpha(z)-z\right)R_{00}(z)=\delta(X-X'), \tag{48}$$

$$\left(-\Delta_X+\sum_\alpha \mathbf{V}_\alpha(z)-z\right)R_{0\beta}(z)=\delta_{\Gamma_\beta}\varphi_\beta\tilde{Q}_\beta(z). \tag{49}$$

Остановимся подробнее на энергетической зависимости потенциалов $\mathbf{V}_\alpha(z)$ в уравнении (48) для задачи трех частиц. Эта зависимость определяется интегралом Шварца (43). Важно подчеркнуть, что интеграл Шварца $Q_\alpha(z)$ в системе трех частиц получается из соответствующего интеграла Шварца $\Delta_\alpha(z)$ [1], отвечающего задаче двух частиц, формальной заменой парной энергии на разность полной трехчастичной энергии системы и оператора кинетической энергии относительного движения третьей частицы, т. е. производится замена $z\to z+\Delta_{y_\alpha}$. Именно эта замена является рецептом переноса парных энергозависящих потенциалов в задачу трех тел.

Поскольку переменные в операторе H_α делятся, операторы $Q_\alpha(z)$ и $\tilde{Q}_\alpha(z)$, а следовательно, и потенциалы $\mathbf{V}_\alpha(z)$ допускают явные представления в терминах парной подсистемы α и могут быть выражены соответственно через двухчастичный интеграл Шварца $\Delta_\alpha(z)$ и функционал $\tilde{\Delta}_\alpha(z)$ [1]. Например, Q_α дается интегралом

$$Q_\alpha(y_\alpha-y_\alpha',z)=\frac{1}{2\pi i}\int_{l_\alpha}\Delta_\alpha(\zeta)r_0(y_\alpha-y_\alpha',z-\zeta)\,d\zeta, \tag{50}$$

где контур l_α охватывает спектр оператора A_α. Для $\tilde{Q}_\alpha$ имеется аналогичное представление. Нужно лишь в (50) произвести замену $\Delta_\alpha(z)\to\tilde{\Delta}_\alpha(z)$. В частности, если спектр оператора A_α чисто дискретен, то такие интегралы вычисляются по вычетам

$$Q_\alpha(y_\alpha-y_\alpha',z)=\sum_s\langle P_s^\alpha\theta_\alpha,\theta_\alpha\rangle(1+(E_s^\alpha)^2)r_0(y_\alpha-y_\alpha',z-E_s^\alpha). \tag{51}$$

Величины P_s^α и E_s^α определены в работе [1].

Вернемся к уравнению (49). Если компонента R_{00} уже найдена, то все компоненты $R_{0\beta}$, $\beta=1, 2, 3$, могут быть с ее помощью восстановлены ровно так же, как и в задаче двух частиц [1]. Используя далее операцию эрмитова сопряжения (34), найдем компоненты $R_{\beta 0}(z)=R_{0\beta}^*(\bar{z})$. Затем мы можем построить $\mathscr{E}_{ab}^+$ с помощью (38) и $\mathscr{E}_{ab}^-$ с помощью (42). Наконец, из (40) найдем $\tilde{R}_{ab}(z)$, после чего используя (41), завершим построение компонент $R_{ab}(z)$. Таким образом, задача исследования резольвенты $R(z)$

сводится к изучению лишь одной ее компоненты $R_{00}(z)$. Мы введем для нее более удобное обозначение $G(z) \equiv R_{00}(z)$ и будем называть обобщенной резольвентой.

6. УРАВНЕНИЯ ФАДДЕЕВА ДЛЯ ОБОБЩЕННОЙ РЕЗОЛЬВЕНТЫ

Получим интегральные уравнения Фаддеева для обобщенной резольвенты $G(z)$. Их вывод будем осуществлять при $\operatorname{Im}\sqrt{z}\neq 0$ по стандартной схеме [13, 14].

Выпишем резольвентное тождество для оператора $G(z)$, понимаемое в обобщенном смысле:

$$G(z)=R_0(z)-R_0(z)\sum_{\alpha}\mathbf{V}_{\alpha}(z)G(z), \tag{52}$$

которое может быть получено путем применения свободной резольвенты $R_0(z)$ слева к обеим частям уравнения (48). Из соотношения (52) вытекает, что обобщенная резольвента $G(z)$ может быть явно восстановлена по обобщенным операторам $M_{\alpha}(z)=\mathbf{V}_{\alpha}(z)G(z)$:

$$G(z)=R_0(z)-R_0(z)\sum_{\alpha}M_{\alpha}(z). \tag{53}$$

Подействуем на обе части равенства (53) операторами $V_{\alpha}(z)$ и перенесем в левую часть слагаемое, содержащее оператор $M_{\alpha}(z)$. В результате получим соотношение

$$(I+\mathbf{V}_{\alpha}R_0)M_{\alpha}=\mathbf{V}_{\alpha}R_0-\mathbf{V}_{\alpha}R_0\sum_{\beta\neq\alpha}M_{\beta}. \tag{54}$$

Чтобы получить фредгольмовы интегральные уравнения для операторов $M_{\alpha}(z)$, следует обратить в (54) операторы $I+\mathbf{V}_{\alpha}R_0(z)$. Это обращение может быть проведено на основании тождества

$$(I+\mathbf{V}_{\alpha}R_0)\mathbf{V}_{\alpha}G_{\alpha}=\mathbf{V}_{\alpha}R_0 \tag{55}$$

для парной обобщенной резольвенты G_{α} в трехчастичном конфигурационном пространстве. Результирующие уравнения Фаддеева для операторов M_{α} имеют вид

$$M_{\alpha}=\mathbf{V}_{\alpha}G_{\alpha}(z)-\mathbf{V}_{\alpha}G_{\alpha}(z)\sum_{\beta\neq\alpha}M_{\beta}. \tag{56}$$

Удобно переписать эти уравнения для плотностей $\mu_{\alpha}=V_{\alpha}(z)G(z)$, где потенциалы $V_{\alpha}(z)$ были определены соотношением (47). При этом $M_{\alpha}=\delta_{\Gamma_{\alpha}}\mu_{\alpha}$. Уравнения для плотностей μ_{α} получаются из (56) путем явного выделения обобщенных функций $\delta_{\Gamma_{\alpha}}$ и приравнивания коэффициентов при них:

$$\mu_{\alpha}=V_{\alpha}G_{\alpha}-V_{\alpha}G_{\alpha}\sum_{\beta\neq\alpha}\mu_{\beta}, \tag{57}$$

где теперь через $G_{\alpha}(z)$ обозначен интегральный оператор с ядром $G_{\alpha}(S_{\alpha}, S_{\beta}', z)$, действующий из $L^2(\bigcup_{\beta\neq\alpha}\Gamma_{\beta})$ в $L^2(\Gamma_{\alpha})$.

Запишем уравнения (57) в операторном виде

$$\mu=\mu_0(z)+B(z)\mu, \tag{58}$$

где μ представляет собой совокупность плотностей μ_α: $\mu=\begin{pmatrix}\mu_1\\ \mu_2\\ \mu_3\end{pmatrix}$.

Теорема 2. *Уравнение* (58) *фредгольмово, а оператор B^n при некотором n является компактным оператором в подходящем банаховом пространстве.*

Доказательство. Чтобы убедиться в том, что уравнение (58) фредгольмово, заметим, что хотя потенциалы $V_\alpha(z)$ зависят от энергии и являются операторами типа свертки по переменной y_α, тем не менее ядра $(V_\alpha G_\alpha)(S, X', z)$ обладают как стандартными аналитическими свойствами по переменной z, так и стандартным асимптотическим поведением по переменным S и X', характерными для аналогичных ядер в потенциальной модели [13] и модели граничных условий [15]. В самом деле, представление (1) оператора H_α означает, что для оператора $V_\alpha G_\alpha(z)$ справедливо представление, аналогичное (50),

$$V_\alpha G_\alpha(z)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{l_\alpha}(v_\alpha g_\alpha)(\zeta)r_0(y_\alpha-y_\alpha', z-\zeta)\,d\zeta. \tag{59}$$

Здесь $g_\alpha(z)$ — обобщенная функция Грина парной подсистемы α, а v_α — действующий в $L^2(\gamma_\alpha)$ парный энергозависящий потенциал $v_\alpha(x, x', z)=-\varphi_\alpha\Delta_\alpha(z)\overline{\varphi_\alpha}$. Воспользуемся разбиением ядра $v_\alpha g_\alpha$ на два слагаемых, отвечающих дискретному и непрерывному спектрам оператора энергии h_α системы двух частиц [1]. Это представление порождает аналогичное представление для ядра $V_\alpha G_\alpha(z)$,

$$V_\alpha G_\alpha(z)=V_\alpha G_\alpha^d(z)+V_\alpha G_\alpha^c(z), \tag{60}$$

где

$$V_\alpha G_\alpha^d(S,X',z)=\frac{\varphi_\alpha(\xi_\alpha)\Phi_\alpha(x_\alpha')}{N_{0\alpha}}r_0(y_\alpha-y_\alpha', z+\varkappa_\alpha^2)\qquad S=\{\xi_\alpha, y_\alpha\}, \tag{61}$$

а $\Phi_\alpha(x_\alpha')$ — связанное состояние двухчастичного гамильтониана h_α, отвечающее единственному уровню $-\varkappa_\alpha^2$ (см. [1]). Ядро $V_\alpha G_\alpha^c$ дает вклад от непрерывного спектра. Нам понадобится асимптотика ядра $V_\alpha G_\alpha^c(S, X', z)$ при $x_\alpha'\to\infty$. Эта асимптотика может быть получена методом перевала [16] из асимптотики соответствующего ядра $\widetilde{v_\alpha g_\alpha}$ [1], отвечающего двухчастичной задаче:

$$V_\alpha G_\alpha^c(S, X', z)\underset{x_\alpha'\to\infty}{\sim}\varphi_\alpha(\xi_\alpha)c_0(z)\frac{\exp\{i\sqrt{z}\,L_{\alpha0}\}}{L_{\alpha0}^{5/2}}\Phi(z\cos^2\omega, \hat{x}_\alpha'). \tag{62}$$

Здесь через $L_{\alpha0}$ обозначен эйконал [13], отвечающий распространению луча из точки $\{0, y_\alpha\}$ в точку $\{x_\alpha', y_\alpha'\}$,

$$L_{\alpha0}(y_\alpha, X')=\sqrt{|x_\alpha'|^2+(y_\alpha-y_\alpha')^2}, \tag{63}$$

функция Φ имеет вид

$$(64)\qquad \Phi(z, \hat{x}_\alpha') = \langle \psi^{(+)}_{p_\alpha}, \varphi_\alpha \rangle / d(z), \qquad p_\alpha = -\sqrt{z}\, \hat{x}_\alpha',$$

величины $\psi^{(+)}_{p_\alpha}$ $d(z)$ определены в [1], и, наконец

$$c_0(z) = \frac{1}{4\pi}\left(i\frac{\sqrt{z}}{2\pi}\right)^{3/2}, \qquad \cos\omega = |x_\alpha'|/L_{\alpha 0}.$$

Из полученных представлений видно, что асимптотические и аналитические свойства ядер $V_\alpha G_\alpha(S, X', z)$, действительно, такие же, как, например, в потенциальной задаче трех тел [13]. Поэтому доказательство фредгольмовости уравнения (58) может быть проведено с помощью техники, развитой в [17].

Отметим, что технические трудности, характерные для модели граничных условий [15] и обусловленные наличием ребер у поверхности Γ, в настоящей задаче отсутствуют. Дело в том, что в модели граничных условий ядра уравнений Фаддеева содержат производные по нормали от парных функций Грина $G_\alpha(X, X', z)$ и вблизи эквидомоида Γ_0 имеют неинтегрируемые особенности типа $|S_\alpha - S_\beta'|^{-5}$, $S_\alpha \in \Gamma_\alpha$, $S_\beta' \in \Gamma_\beta$. Это обстоятельство приводит к представлению интегрального оператора уравнений Фаддеева в виде суммы двух операторов: сжатия и главной части, степени которой, начиная с некоторой, оказываются компактным оператором [15]. В рассматриваемой задаче ядра V_α и G_α имеют особенности $|y_\alpha - y_\alpha'|^{-1}$ и $|S_\alpha - S_\beta'|^{-4}$, соответственно. Следовательно, срезка операторов $V_\alpha G_\alpha$ на любую ограниченную часть поверхности Γ, в том числе и содержащую ребра, определяет компактный оператор, поскольку $\dim \Gamma_\beta = 5$. Оператор $B(z)$ в целом еще не является компактным ввиду медленного убывания ядер $V_\alpha G_\alpha(S, S', z)$ на бесконечности. Однако благодаря фаддеевской структуре оператора $B(z)$ аргументы ядер $V_\alpha G_\alpha$ находятся на разных цилиндрах, а при итерациях появляются лишь произведения вида $V_{\alpha_1} G_{\alpha_1} V_{\alpha_2} G_{\alpha_2} \ldots V_{\alpha_n} G_{\alpha_n}$, где всегда выполнено $\alpha_i \neq \alpha_{i+1}$.

На основании представления (60) в ядрах степеней $B^n(z)$ оператора $B(z)$ можно выделить слагаемые типа $V_{\alpha_1} G^c_{\alpha_1} \ldots V_{\alpha_j} G^d_{\alpha_j} \ldots V_{\alpha_n} G^c_{\alpha_n}$, в которых хотя бы один раз содержится сомножитель $V_{\alpha_j} G^d_{\alpha_j}$, отвечающий дискретному спектру оператора парной подсистемы, а также слагаемое $V_{\alpha_1} G_{\alpha_1}{}^c \ldots V_{\alpha_n} G_{\alpha_n}{}^c$, все сомножители которого отвечают непрерывному спектру. Асимптотика ядер первого типа (где первый и последний сомножители суть $V_{\alpha_1} G_{\alpha_1}{}^c$ и $V_{\alpha_n} G_{\alpha_n}{}^c$) описывается в терминах сферических волн в $\mathbb{R}^6$ благодаря наличию в ядре $V_\beta G_\beta{}^d$ экспоненциально убывающих собственных функций $\Phi_\beta(x_\beta')$. Если первый сомножитель имеет вид $V_{\alpha_1} G_{\alpha_1}{}^d$, то асимптотика таких ядер по первой переменной описывается суммой трехмерных сферических волн (см. (61)). Если в качестве последнего сомножителя стоит $V_{\alpha_n} G_{\alpha_n}{}^d$, то при каждой сферической волне имеется еще и соответствующий экспоненциально убывающий множитель $\Phi_{\alpha_n}(x_{\alpha_n}')$.

Асимптотика ядер второго типа исследуется с помощью метода стационарной фазы. Ввиду наличия в асимптотике (62) ядра $V_{\alpha_j} G^c_{\alpha_j}$ фазового множителя с эйконалом $L_{\alpha 0}$ фаза подынтегрального выражения, отвечающего ядру второго типа, сводится к сумме расстояний между точками, находящимися на цилиндрах $\Gamma_{\alpha_1}, \Gamma_{\alpha_2}, \ldots, \Gamma_{\alpha_n}$ (точнее, на их «осях» $\{0, y_{\alpha_j}\}$, $y_{\alpha_j} \in \mathbb{R}^3$). Минимизация такой суммы при использовании метода стационарной фазы дает длину пути, который проходит луч, выпущенный из точки $S_{\alpha_n}'=\{0, y_{\alpha_n}'\}$ и приходящий в точку $S_{\alpha_1}=\{0, y_{\alpha_1}\}$ в процессе отражений от «осей» цилиндров $\Gamma_{\alpha_2}, \ldots, \Gamma_{\alpha_{n-1}}$. Результирующая асимптотика описывается в терминах соответствующего эйконала [17]. Если такой процесс невозможен, т. е. минимизация соответствующего оптического пути приводит к сферическому эйконалу $|S|+|S'|$, то ядра $V_{\alpha_1}G_{\alpha_1}{}^c \ldots$ $\ldots V_{\alpha_n}G_{\alpha_n}{}^c$ асимптотически (при $S, S' \to \infty$) факторизуются, т. е. превращаются в произведение сферических волн в $\mathbb{R}^6$ по переменным S и S'. Максимальное число $N_{\max}$ возможных отражений от осей определяется величиной углов между ними.

По этой причине n-я степень $B^n(z)$ оператора $B(z)$ при $n>N_{\max}$ становится компактным оператором в подходящем банаховом пространстве. Следовательно, к уравнению (58) применима альтернатива Фредгольма. Теорема доказана.

7. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ФАДДЕЕВА УРАВНЕНИЮ ШРЕДИНГЕРА

Чтобы применить к уравнению (58) альтернативу Фредгольма, необходимо исследовать соответствующее однородное уравнение.

Теорема 3. *Однородное уравнение*

$$\mu_\alpha=-V_\alpha(z)G_\alpha(z)\sum_{\beta\neq\alpha}\mu_\beta \tag{65}$$

нетривиально разрешимо тогда и только тогда, когда z является точкой дискретного спектра гамильтониана H.

Доказательство. Пусть μ_α, $\alpha=1, 2, 3$, является решением однородной системы (65). Построим с помощью плотностей μ_α следующую функцию:

$$U=R_0(z)\sum_\beta \mu_\beta. \tag{66}$$

Она представляет собою потенциал простого слоя, сосредоточенного на поверхности Γ и, следовательно, вне Γ удовлетворяет уравнению

$$-\Delta_X U=zU, \quad X\bar{\in}\Gamma. \tag{67}$$

Чтобы выяснить, каким граничным условиям удовлетворяет функция $U(X)$ на поверхности Γ, применим к обеим частям уравнения (65) оператор $I_\alpha+V_\alpha R_0$, где I_α – тождественный оператор в $L^2(\Gamma_\alpha)$. С помощью тождества $(I_\alpha+V_\alpha R_0)V_\alpha G_\alpha=V_\alpha R_0$, а также правила дифференцирования по нормали потенциала простого слоя: $[\partial_n U]_{\Gamma_\alpha}=-\mu_\alpha$, находим, что функция U удовлетворяет следующим граничным условиям на цилиндрах Γ_α:

$$[\partial_n U]_{\Gamma_\alpha}=V_\alpha(z)U. \tag{68}$$

Итерируя уравнение (65), можно показать, что $U(X, z)$ является элементом $W_2^2(\mathbb{R}^6\backslash\Gamma)$ как при $\operatorname{Im} z\neq 0$, так и при $z=E\pm i0$, $E\in\mathbb{R}$. Более того, усреднения $\langle U, \varphi_\alpha\rangle(y_\alpha)$ функции U с функциями $\varphi_\alpha(x_\alpha)$ по сечению цилиндров Γ_α являются элементами $W_2^2(\mathbb{R}^3_{y_\alpha})$, как мы уже отмечали выше.

По функции $U(X)$, задаваемой соотношением (66), восстановим внутренние компоненты u_α, $\alpha=1, 2, 3$, полагая $u_\alpha=\tilde{u}_\alpha+\varepsilon_\alpha^- w_\alpha^- +\varepsilon_\alpha^+ w_\alpha^+$, где

$$\varepsilon_\alpha^+=\langle U, \varphi_\alpha\rangle, \tag{69}$$

$$\varepsilon_\alpha^-=Q_\alpha(z)\varepsilon_\alpha^+, \tag{70}$$

$$\tilde{u}_\alpha=(A_\alpha-\Delta_{y_\alpha}-z)^{-1}[\varepsilon_\alpha^+ w_\alpha^- -\varepsilon_\alpha^- w_\alpha^+ +(z+\Delta_{y_\alpha})\times \times(\varepsilon_\alpha^+ w_\alpha^+ +\varepsilon_\alpha^- w_\alpha^-)]. \tag{71}$$

Гладкость средних $\langle U, \varphi_\alpha\rangle$ на основании (69), (70) влечет необходимую гладкость коэффициентов $\varepsilon_\alpha^\pm$ разложения внутренних компонент u_α по дефектным элементам $w_\alpha^\pm$: $\varepsilon_\alpha^\pm\in W_2^2(\mathbb{R}^3_{y_\alpha})$. Следовательно, вектор $\mathcal{U}=\{U, u_\alpha\}$, $\alpha=1, 2, 3$, принадлежит области определения оператора H, а соотношения (67)–(71) в совокупности означают (см. (31), (32)), что вектор $\mathcal{U}$ является собственным для оператора H:

$$(H-z)\mathcal{U}=0. \tag{72}$$

Таким образом, если z не есть точка дискретного спектра гамильтониана H, то $\mathcal{U}=0$, а следовательно, и $U=0$. Это означает, что всюду вне дискретного спектра оператора H уравнение (58) однозначно разрешимо.

Обратно, если $\mathcal{U}$ — собственный вектор оператора H, то, буквально повторяя вывод уравнения (57), можно убедиться, что плотности $\mu_\alpha=V_\alpha U$, определяемые по его внешней компоненте, удовлетворяют уравнениям (65). В этом смысле уравнения Фаддеева (65) эквивалентны уравнению Шредингера (72). Теорема доказана.

8. УРАВНЕНИЯ ФАДДЕЕВА ДЛЯ ВНУТРЕННИХ КАНАЛОВ

Сепарабельность потенциалов $V_\alpha(z)$ по переменной x_α позволяет записать уравнения (57) в терминах ядер

$$\mathcal{E}_{\alpha 0}^-(y_\alpha, X', z)=Q_\alpha(z)\langle G(z)\cdot, \varphi_\alpha\rangle, \tag{73}$$

представляющих собой согласно (38) и (42) ядра операторов $\mathcal{E}_{\alpha 0}^-(z)$ — «граничных» элементов резольвенты $R(z)$. Чтобы получить уравнения для $\mathcal{E}_{\alpha 0}^-(y_\alpha, X', z)$, выделим явно в обеих частях (57) коэффициенты при функциях φ_α. Тогда видно, что ядра операторов $\mathcal{E}_{\alpha 0}^-(z)$ удовлетворяют уравнениям

$$\mathcal{E}_{\alpha 0}^-=Q_\alpha(z)\langle G_\alpha(z)\cdot, \varphi_\alpha\rangle-Q_\alpha(z)\sum_{\beta\neq\alpha}\langle G_\alpha(z)\varphi_\beta, \varphi_\alpha\rangle\mathcal{E}_{\beta 0}^-. \tag{74}$$

Отметим, что свободные члены $Q_\alpha(z)\langle G_\alpha(z)\cdot, \varphi_\alpha\rangle$ являются «граничными» значениями резольвенты $(H_\alpha-z)^{-1}$ парного гамильтониана H_α. Форма записи (74) уравнений (57) явно подчеркивает то обусловленное сепарабельностью потенциалов $V_\alpha(z)$ обстоятельство, что фактически уравнения (57) трехмерные. Это обстоятельство, как известно, существенно упрощает процедуру численного решения интегральных уравнений.

Как уже отмечалось выше, разрешимость уравнения (74) требует исследования соответствующего однородного уравнения, записанного аналогично (65) в терминах соответствующих плотностей

$$\nu_\alpha = -Q_\alpha(z) \sum_{\beta\neq\alpha} \langle G_\alpha(z)\varphi_\beta, \varphi_\alpha\rangle \nu_\beta, \qquad \alpha=1,2,3.$$

Это интегральное уравнение играет роль дисперсионного уравнения в задаче трех тел. Из него можно найти связанные состояния и резонансы. Для отыскания последних следует выписать определитель Фредгольма, который оказывается аналитической функцией на довольно сложной римановой поверхности, лишь один лист которой является физическим. Резонансы суть корни определителя Фредгольма на нефизических листах. Помимо корней определитель Фредгольма имеет точки ветвления, служащие началом резонансных ветвей спектра.

9. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ФАДДЕЕВА

Координатная асимптотика итераций ядер уравнений Фаддеева (57) имеет точно такой же вид, как и в потенциальной задаче трех тел [13]. Следовательно, обобщенная функция Грина $G(X, X', E\pm i0)$ обладает стандартным асимптотическим поведением при $X\to\infty$ или $X'\to\infty$. В частности, при $X'\to\infty$ эта функция может быть разбита на сумму сферических волн в $\mathbb{R}^6$ по переменной X' и сферических волн в $\mathbb{R}^{y3}_{\alpha}$ по y_α, $\alpha=1, 2, 3$. Амплитуды этих волн, $U_0^{(\pm)}(X, P)$ с импульсом $P=\mp\sqrt{E}\hat{X}'$ и $U_\beta^{(\pm)}(X, p_\beta)$ с импульсами $p_\beta=\mp\sqrt{E+\varkappa_\beta^2}\,\hat{y}_\beta'$, представляют собой внешние компоненты волновых функций непрерывного спектра гамильтониана H (ядер волновых операторов). Функция U_0 описывает процесс рассеяния с тремя свободными частицами в начальном состоянии, а функция U_β отвечает процессу рассеяния на связанной паре β третьей, первоначально свободной, частицы. Функции $U_0(X)$ и $U_\beta(X)$ обладают при $X\to\infty$ теми же асимптотическими свойствами, что и в случае энергонезависящих взаимодействий.

Чтобы получить полные волновые функции $\mathcal{U}_0(P)$ и $\mathcal{U}_\beta(p_\beta)$, необходимо с помощью соотношений (40)—(45) по U_0 и U_β найти их внутренние компоненты u_α^0, u_α^β, $\alpha=1, 2, 3$, соответственно. Можно показать, что четырехкомпонентные волновые функции $\mathcal{U}_0$ и $\mathcal{U}_\beta$ удовлетворяют соотношениям полноты и ортогональности.

Для внешних компонент волновых функций $U(X)$ могут быть сформулированы дифференциальные уравнения Фаддеева. Для вывода этих уравнений определим компоненты Фаддеева $G^\alpha(z)$ обобщенной функции Грина $G(X, X', z)$:

(75) $$G^\alpha = \delta_{\alpha 1}R_0 - R_0 \mathbf{V}_\alpha G, \quad \alpha=1, 2, 3,$$

и подействуем на обе части (75) «оператором» $-\Delta_X$. В результате получим дифференциальные уравнения Фаддеева для компонент $G^\alpha(X, X', z)$:

(76) $$(-\Delta_X + \mathbf{V}_\alpha(z) - z)\, G^\alpha(X, X', z) = \delta_{\alpha 1}\delta(X-X') - \mathbf{V}_\alpha(z) \sum_{\beta\neq\alpha} G^\beta(X, X', z).$$

Устремляя в этих уравнениях второй аргумент X' функции $G^{\alpha}(X, X', z)$ к бесконечности и выделяя в асимптотике компонент G^{α} соответствующие сферические волны, для коэффициентов при них — компонент Фаддеева $U^{\alpha}(X)$ волновых функций — получим следующие уравнения Фаддеева:

$$(-\Delta_X+\mathbf{V}_\alpha(E\pm i0)-E)\,U^{\alpha}(X)=-\mathbf{V}_\alpha(E\pm i0)\sum_{\beta\neq\alpha}U^{\beta}(X). \tag{77}$$

Ядра $V_\alpha(z)$ потенциалов $\mathbf{V}_\alpha(z)$ сепарабельны по переменным x_α, но в отличие от обычных потенциалов нелокальны по переменным y_α. В этом проявляется своеобразие потенциалов, зависящих от энергии. В рамках стандартной техники [13] можно показать, что дифференциальные уравнения (77), дополненные асимптотическими граничными условиями, имеют единственное решение в подходящем функциональном классе.

Литература

[1] *Куперин Ю. А., Макаров Л. А., Меркурьев С. П., Мотовилов А. К., Павлов Б. С.* // ТМФ. 1988. Т. 75. № 3. С. 431–444.
[2] *Рид М., Саймон Б.* Методы современной математической физики. Т. III. М.: Мир, 1982.
[3] *Фам Ф.* Введение в топологическое исследование особенностей Ландау. М.: Мир, 1970.
[4] *Бирман М. Ш., Соломяк М. З.* Спектральная теория самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. Л.: ЛГУ, 1980.
[5] *Павлов Б. С.* // ТМФ. 1984. Т. 59. № 3. С. 345–354.
[6] *Куперин Ю. А., Макаров К. А., Павлов Б. С.* // ТМФ. 1985. Т. 63. № 1. С. 78–87.
[7] *Куперин Ю. А., Макаров К. А., Павлов Б. С.* // ТМФ. 1986. Т. 69. № 1. С. 100–114.
[8] *Schulze B., Wildenhain G.* Methoden der Pothential Theorie für Elliptische Differential Gleichungen Beliebiger Ordnung. Berlin: Academie-Verlag, 1977.
[9] *Скорняков Г. В., Тер-Мартиросян К. А.* // ЖЭТФ. 1956. Т. 31. В. 5. С. 775–790.
[10] *Данилов Г. С.* // ЖЭТФ. 1961. Т. 40. В. 2. С. 498–507.
[11] *Калашникова Ю. С., Народецкий И. М.* // ЯФ. 1985. Т. 42. В. 2. С. 324–334.
[12] *Ладыженская О. А.* Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973.
[13] *Меркурьев С. П., Фаддеев Л. Д.* Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц. М.: Наука, 1985.
[14] *Квицинский А. А., Куперин Ю. А., Меркурьев С. П., Мотовилов А. К., Яковлев С. Л.* // ЭЧАЯ. 1986. Т. 17. В. 2. С. 267–317.
[15] *Меркурьев С. П., Мотовилов А. К.* // Теория квантовых систем с сильным взаимодействием. Калинин: КГУ, 1983. С. 95–116.
[16] *Федорюк М. В.* Метод перевала. М.: Наука, 1977.
[17] *Меркурьев С. П.* // Записки научн. семин. ЛОМИ. 1978. Т. 77. С. 148–187.

Ленинградский государственный университет

Поступила в редакцию 23.XI.1986 г.

QUANTUM FEW-BODY PROBLEM WITH INTERNAL STRUCTURE

II. THREE-BODY PROBLEM

Kuperin Yu. A., Makarov K. A., Merkuriev S. P., Motovilov A. K., Pavlov B. S.

A general formulation of quantum scattering theory for systems of three particles endowed with an internal structure is suggested. Modified Faddeev equations corresponding to a certain special class of energy-dependent interactions are derived. Properties of these equations are studied.